

**B.sc. 1st Year**  
**Physics-Mechanics and General Properties of Matter**

**वराहमिहिर के वैज्ञानिक जीवन पर संक्षिप्त टिप्पणी-**

वराहमिहिर एक महान भारतीय गणितज्ञ, खगोलज्ञ, और ज्योतिषी थे, जिनका जीवन 6वीं शताब्दी के आसपास था। वे प्राचीन भारत के सबसे प्रसिद्ध विद्वानों में से एक माने जाते हैं। उनका जन्म 505 ईस्वी में उज्जयिनी (अब उज्जैन, मध्य प्रदेश) में हुआ था।

वराहमिहिर ने ज्योतिष, गणित, और खगोलशास्त्र के क्षेत्र में महत्वपूर्ण योगदान दिया। उनका प्रमुख ग्रंथ "बृहत् संहिता" था, जिसमें वे विभिन्न प्रकार के ज्ञान जैसे ग्रहों का गति, मौसम का पूर्वानुमान, मानव स्वास्थ्य, वास्तुशास्त्र, और कृषि से जुड़े विषयों पर चर्चा करते हैं। इसके अलावा, उनका "पंचसिद्धांतिका" खगोलशास्त्र का एक प्रमुख ग्रंथ है, जिसमें विभिन्न खगोलशास्त्रों की व्याख्या की गई है।

उन्होंने त्रिकोणमिति और खगोलशास्त्र में कई महत्वपूर्ण शोध किए। वराहमिहिर ने यह भी सिद्ध किया कि ग्रहों और नक्षत्रों का पृथ्वी पर मानव जीवन पर प्रभाव पड़ता है, और उन्होंने खगोलशास्त्र के गणनाओं को बहुत ही व्यवस्थित तरीके से प्रस्तुत किया।

उनका कार्य न केवल भारतीय विद्या के लिए महत्वपूर्ण था, बल्कि उनके योगदानों ने मध्यकालीन यूरोपीय विज्ञान और खगोलशास्त्र पर भी प्रभाव डाला। उनके जीवन और कार्यों को आज भी विज्ञान और गणित के क्षेत्र में एक अमूल्य धरोहर माना जाता है।

**श्री विक्रम साराभाई की जीवनी**

विक्रम अंबालाल साराभाई का जन्म 12 अगस्त 1919 को अहमदाबाद, गुजरात में हुआ था। वे भारतीय अंतरिक्ष विज्ञान के पिता के रूप में प्रसिद्ध हैं। उनके पिता अंबालाल साराभाई एक प्रमुख उद्योगपति थे और उनकी माता का नाम दयामाई था। विक्रम साराभाई का परिवार हमेशा से शिक्षा और समाज सेवा में रुचि रखने वाला था, जो उन्हें प्रेरित करता था।

श्री विक्रम साराभाई की प्रारंभिक शिक्षा अहमदाबाद के अमदावादा और बाद में मुंबई में हुई। उन्होंने 1940 में अहमदाबाद के "सरदार पटेल विश्वविद्यालय" से भौतिकी में अपनी डिग्री प्राप्त की और फिर इंग्लैंड के "कैम्ब्रिज विश्वविद्यालय" से अपनी मास्टर डिग्री पूरी की। उनके शोध कार्य ने उन्हें विज्ञान के क्षेत्र में गहरी रुचि और क्षमता विकसित करने में मदद की।

विज्ञान और समाज के प्रति योगदान

विक्रम साराभाई का जीवन विज्ञान, प्रौद्योगिकी और समाज की बेहतरी के लिए समर्पित था। वे भारतीय अंतरिक्ष कार्यक्रम के जनक थे। भारतीय अंतरिक्ष अनुसंधान संगठन (ISRO) की स्थापना में उनकी महत्वपूर्ण भूमिका रही, और यह भारतीय विज्ञान और प्रौद्योगिकी के क्षेत्र में एक महत्वपूर्ण कदम था। उनके नेतृत्व में, भारत ने अंतरिक्ष अनुसंधान के क्षेत्र में बड़ी उपलब्धियाँ हासिल कीं। 1963 में उन्होंने 'सह्यद्री' नामक उपग्रह को स्थापित किया। इसके अलावा, 1969 में 'अरेबन' उपग्रह ने भारत को एक महत्वपूर्ण स्थान दिलाया।

विक्रम साराभाई का मानना था कि विज्ञान का उपयोग समाज की समस्याओं को हल करने के लिए होना चाहिए। उन्होंने इसे एक सशक्त सामाजिक उपकरण के रूप में देखा और खासतौर से शिक्षा, स्वास्थ्य, और कृषि के क्षेत्रों में विज्ञान के उपयोग को बढ़ावा दिया। उनकी दूरदृष्टि का एक उदाहरण यह है कि उन्होंने 'स्पेस एप्लिकेशन सेंटर' की स्थापना की, जिसका उद्देश्य भारतीय समाज के विकास के लिए अंतरिक्ष प्रौद्योगिकी का उपयोग करना था।

इसके अलावा, उन्होंने भारतीय विज्ञान संस्थान और भारतीय विज्ञान कांग्रेस जैसी संस्थाओं की स्थापना की, जिनका उद्देश्य विज्ञान के प्रति लोगों में जागरूकता फैलाना और भारतीय वैज्ञानिक समुदाय को एक मंच प्रदान करना था।

समाज और विज्ञान में उनकी भूमिका

विक्रम साराभाई का विज्ञान और समाज के बीच एक मजबूत रिश्ता था। उन्होंने यह सिद्ध किया कि विज्ञान केवल एक शुद्ध अकादमिक प्रयास नहीं है, बल्कि यह सामाजिक कल्याण का एक महत्वपूर्ण हिस्सा हो सकता है। उनके दृष्टिकोण में विज्ञान का उद्देश्य केवल अनुसंधान तक सीमित नहीं था, बल्कि उसे सीधे तौर पर समाज की प्रगति से जोड़ना था।

उनकी विचारधारा में समाज की आवश्यकताओं को ध्यान में रखते हुए विज्ञान को प्रौद्योगिकी और नवाचार के माध्यम से लाभकारी बनाना था। वे यह मानते थे कि यदि विज्ञान को समाज के प्रति उत्तरदायी तरीके से इस्तेमाल किया जाए तो वह बड़ी सामाजिक समस्याओं का समाधान प्रस्तुत कर सकता है, जैसे स्वास्थ्य, शिक्षा, जलवायु परिवर्तन आदि।

**जड़त्व आघूर्ण-**

जड़त्व आघूर्ण (Gravitational Torque) एक भौतिक अवधारणा है, जो विशेष रूप से गतिशीलता और बलों के संतुलन से संबंधित होती है। इसे सरल शब्दों में समझें तो यह वह आघूर्ण है, जो किसी वस्तु पर गुरुत्वाकर्षण बल के प्रभाव से उत्पन्न होता है।

जड़त्व आघूर्ण वह आघूर्ण होता है, जो किसी वस्तु पर गुरुत्वाकर्षण (gravity) द्वारा उत्पन्न होता है, और यह आघूर्ण वस्तु के घूर्णन (rotation) पर प्रभाव डालता है। जब कोई वस्तु किसी बिंदु के चारों ओर घूर्णन करती है, तो उस पर जड़त्व आघूर्ण उस घूर्णन की दिशा और गति को प्रभावित करता है।

**गणितीय रूप:**

जड़त्व आघूर्ण का सामान्य रूप से निम्नलिखित सूत्र से गणना किया जा सकता है:  $\tau = r \times F$

जहाँ,  $\tau$  = जड़त्व आघूर्ण,  $r$  = वह दूरी, जो वस्तु के घूर्णन बिंदु और वस्तु के गुरुत्वाकर्षण बल के बिंदु के बीच है।

$F$  = गुरुत्वाकर्षण बल (Gravitational Force)

गुरुत्वाकर्षण बल का मान:  $F = mg$

जहाँ,  $m$  = वस्तु का द्रव्यमान (mass),  $g$  = पृथ्वी का गुरुत्वाकर्षण त्वरित (gravitational acceleration)

**उदाहरण:**

कल्पना करें कि एक लंबी छड़ी एक बिंदु पर समर्थित (pivoted) है, और गुरुत्वाकर्षण बल छड़ी के केंद्र द्रव्यमान पर काम कर रहा है। छड़ी पर जड़त्व आघूर्ण उत्पन्न होता है, जो इसे घूर्णन की ओर प्रवृत्त करता है। इस घूर्णन को रोकने के लिए किसी बाहरी बल (जैसे एक हाथ से दबाव) की आवश्यकता होती है।

**जड़त्व आघूर्ण का प्रभाव:**

जड़त्व आघूर्ण का मुख्य प्रभाव वस्तु की घूर्णन गति पर होता है। यदि आघूर्ण अधिक होगा, तो वस्तु तेजी से घूर्णन करेगी। इसी तरह, यदि आघूर्ण कम होगा, तो वस्तु का घूर्णन धीमा होगा या पूरी तरह रुक भी सकता है। यह सिद्धांत विशेष रूप से यांत्रिकी, खगोलशास्त्र, और इंजन के कार्यों में महत्वपूर्ण होता है।

**आदर्श एवं शयन तरल क्या है-**

**आदर्श तरल -**

आदर्श तरल वह सिद्धांतात्मक तरल होता है, जिसमें कुछ विशेष गुण होते हैं। यह एक काल्पनिक तरल है, जो वास्तविक जीवन में नहीं पाया जाता, लेकिन इसकी अवधारणा भौतिकी और यांत्रिकी में उपयोगी है। आदर्श तरल के गुण निम्नलिखित होते हैं:

1. अवक्षेपणहीन – आदर्श तरल का घनत्व हमेशा समान रहता है, यानी यह संकुचित नहीं होता। इसे संकुचित करने के लिए कोई बल नहीं लगता।
2. विस्कोसिटी नहीं – आदर्श तरल में कोई आंतरिक घर्षण नहीं होता, यानी यह बिना किसी घर्षण के बहता है।
3. स्थिर प्रवाह – आदर्श तरल का प्रवाह स्थिर होता है, यानी उसके गति के वेग और दिशा में कोई बदलाव नहीं होता।
4. गति के बिना घर्षण : आदर्श तरल में कोई आंतरिक घर्षण नहीं होता, जिससे इसका प्रवाह सरल और एकसमान होता है।

आदर्श तरल केवल सिद्धांतों और गणनाओं में उपयोग किया जाता है, क्योंकि वास्तविक जीवन में कोई भी तरल इस प्रकार के गुणों का पालन नहीं करता। वास्तविक तरल में विस्कोसिटी, संकुचन और अन्य जटिलताएँ होती हैं।

#### शयन तरल :

शयन तरल वह तरल होता है, जिसमें विस्कोसिटी होती है। विस्कोसिटी तरल की प्रवाहशीलता को मापने का मापदंड है। एक शयन तरल में, आंतरिक घर्षण होता है, जो उसके प्रवाह में प्रतिरोध उत्पन्न करता है। जब कोई बल शयन तरल पर कार्य करता है, तो तरल के अंश एक-दूसरे के खिलाफ घर्षण उत्पन्न करते हैं, जिससे प्रवाह धीमा होता है।

विस्कोसिटी के कारण, शयन तरल में गतिशीलता के दौरान अधिक ऊर्जा की आवश्यकता होती है और यह प्रवाह के दौरान अपने आकार को बनाए रखने में अधिक समय लेता है। उदाहरण के तौर पर, शहद, तेल, ग्रीस, और गाढ़े तरल शयन तरल के उदाहरण होते हैं।

#### मुख्य अंतर :

-आदर्श तरल में विस्कोसिटी और घर्षण नहीं होता, जबकि शयन तरल में विस्कोसिटी और आंतरिक घर्षण होता है।

- आदर्श तरल में प्रवाह सरल और गति में कोई बाधा नहीं होती, जबकि शयन तरल के प्रवाह में आंतरिक घर्षण के कारण गति में बाधाएँ उत्पन्न होती हैं।

इन दोनों अवधारणाओं का उपयोग विभिन्न भौतिक और यांत्रिक समस्याओं के समाधान के लिए किया जाता है, जैसे तरल प्रवाह, नलिकाओं में प्रवाह और हाइड्रॉलिक्स की समस्याओं में।

#### विक्रम वर्ग बल नियम-

विक्रम वर्ग बल नियम का नाम भारतीय वैज्ञानिक और खगोलज्ञ विक्रम साराभाई से लिया गया था। हालांकि, इस नाम से कोई विशेष सिद्धांत या नियम भौतिकी में सामान्य रूप से प्रचलित नहीं है, और न ही इसे वैज्ञानिक समुदाय में एक औपचारिक नियम के रूप में मान्यता प्राप्त है। हो सकता है कि यह किसी स्थानीय संदर्भ या कुछ विशेष क्षेत्रों में उपयोग किया जाता हो, लेकिन भौतिकी और गणित के प्रमुख सिद्धांतों में विक्रम वर्ग बल नियम का कोई स्पष्ट उल्लेख नहीं मिलता है। अगर आप किसी विशेष संदर्भ में इस नियम के बारे में पूछ रहे हैं, तो कृपया और जानकारी दें ताकि हम इसे सही तरीके से समझ सकें और आपको सहायता कर सकें। विक्रम साराभाई का योगदान भारतीय अंतरिक्ष विज्ञान और अन्य वैज्ञानिक क्षेत्रों में महत्वपूर्ण था, लेकिन "विक्रम वर्ग बल नियम" नाम से कोई विशेष रूप से ज्ञात नियम नहीं है।

#### व्युत्क्रम वर्ग बल नियम-

एक महत्वपूर्ण भौतिक नियम है, जो यह बताता है कि किसी बल का प्रभाव (जैसे गुरुत्वाकर्षण, विद्युत बल आदि) किसी वस्तु पर उस वस्तु और बल के स्रोत के बीच की दूरी के वर्ग के अनुपाती रूप से घटता है। इसे सरल शब्दों में कहें तो, जैसे-जैसे दो वस्तुओं के बीच की दूरी बढ़ती है, उनके बीच आकर्षण या बल का प्रभाव उस दूरी के वर्ग के विपरीत अनुपात में घटता है।

व्युत्क्रम वर्ग बल नियम का गणितीय रूप:

यदि  $F$  किसी बल का परिमाण है और  $r$  उस बल के स्रोत से दूरी है, तो व्युत्क्रम वर्ग बल नियम के अनुसार:  $F \propto 1/r^2$

$F$  = बल,  $r$  = स्रोत और वस्तु के बीच की दूरी (distance),  $k$  = एक स्थिरांक (constant), जो बल के प्रकार पर निर्भर करता है।

#### व्युत्क्रम वर्ग बल के कुछ उदाहरण :

गुरुत्वाकर्षण बल (Gravitational Force): न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण सिद्धांत इस नियम का पालन करता है। पृथ्वी और किसी वस्तु के बीच आकर्षण बल (गुरुत्वाकर्षण बल) वस्तु और पृथ्वी के बीच की दूरी के वर्ग के विपरीत अनुपाती होता है।  $F = Gm_1m_2/r^2$

#### निष्कर्ष :

व्युत्क्रम वर्ग बल नियम का सिद्धांत यह बताता है कि कोई भी बल (गुरुत्वाकर्षण, विद्युत आदि) वस्तुओं के बीच की दूरी के बढ़ने पर तेजी से घटता है, और इसकी गति उस दूरी के वर्ग के विपरीत होती है। यह नियम भौतिकी के कई क्षेत्रों में महत्वपूर्ण है, जैसे खगोलशास्त्र, विद्युतचुंबकत्व, और अन्य बलों के अध्ययन में।

#### सापेक्षता के विशिष्ट सिद्धांत की अवधारणा-

सापेक्षता का विशिष्ट सिद्धांत (Special Theory of Relativity), जिसे अल्बर्ट आइंस्टीन ने 1905 में प्रस्तुत किया, भौतिकी के क्षेत्र में एक महत्वपूर्ण सिद्धांत है। यह सिद्धांत गति और समय से संबंधित पारंपरिक विचारों को पूरी तरह से बदल देता है और उन्हें नए तरीके से समझाता है।

#### सापेक्षता के विशिष्ट सिद्धांत की अवधारणा :

इस सिद्धांत के अनुसार, गति और समय दोनों एक दूसरे के सापेक्ष होते हैं, और ये दो बुनियादी विचार हैं:

#### सापेक्षता का सिद्धांत (Relativity Principle):

1. यह कहता है कि भौतिक नियम (जैसे गति, गुरुत्वाकर्षण, आदि) सभी अवलोकनकर्ताओं के लिए समान होते हैं, चाहे वे किसी भी गति से चलते हों, जब तक कि उनकी गति स्थिर नहीं हो (यानि वे तेज़ गति से न बढ़ रहे हों)।

2. इसका मतलब है कि कोई भी निष्कलंक गति (uniform motion) एक सापेक्ष गति होती है, और किसी भी प्रणाली में, गति का परिमाण एक स्थिर और बिना किसी दिशा के तय किया जा सकता है।

#### प्रकाश की गति (Speed of Light):

1. विशिष्ट सापेक्षता सिद्धांत का एक और महत्वपूर्ण पहलू यह है कि प्रकाश की गति ( $c$ ) हमेशा एक समान होती है, चाहे स्रोत और देखे जानेवाले के बीच की गति कुछ भी हो।

2. प्रकाश की गति 299,792,458 मीटर प्रति सेकंड होती है, और यह किसी भी पर्यवेक्षक के लिए हमेशा समान रहती है, चाहे वे एक दूसरे से कितनी भी तेज़ी से क्यों न बढ़ रहे हों।

इसका मतलब यह है कि यदि एक व्यक्ति एक प्रकाश के स्रोत की ओर बढ़ रहा है या उससे दूर जा रहा है, तो भी वह व्यक्ति प्रकाश की गति को एक जैसी ही मापेगा। यही अवधारणा सापेक्षता सिद्धांत का मूल है।

## विशिष्ट सापेक्षता के सिद्धांत के मुख्य परिणाम:

### समय का फैलाव (Time Dilation):

1. यदि कोई वस्तु बहुत तेज़ी से चल रही हो (अर्थात प्रकाश की गति के करीब), तो उसके लिए समय धीमा हो जाता है। इसका मतलब यह है कि तेज़ गति से चलने वाले व्यक्ति या यांत्रिकी के लिए समय दूसरे व्यक्ति की तुलना में अधिक धीरे-धीरे बीतेगा। इसे समय का फैलाव कहा जाता है।
2. उदाहरण के लिए, यदि कोई अंतरिक्ष यान पृथ्वी से तेज़ गति से यात्रा कर रहा है, तो यान में यात्रा कर रहे यात्री को कम समय लगेगा, जबकि पृथ्वी पर रह रहे लोगों के लिए समय सामान्य रूप से बीतेगा।

### लंबाई का संकुचन (Length Contraction):

1. जब कोई वस्तु बहुत तेज़ गति से चलती है (फिर से, प्रकाश की गति के करीब), तो उस वस्तु की लंबाई उस दिशा में संकुचित हो जाती है जिसमें वह गति कर रही होती है। यह लंबाई संकुचन विशेष रूप से उस वस्तु के संदर्भ में महसूस किया जाता है जो गति कर रही है, न कि बाहरी पर्यवेक्षक के लिए।

### द्रव्यमान-ऊर्जा समकक्षता (Mass-Energy Equivalence):

1. सबसे प्रसिद्ध और महत्वपूर्ण परिणाम है  $E = mc^2$ , जो बताता है कि ऊर्जा (E) और द्रव्यमान (m) एक दूसरे के समकक्ष हैं। यहाँ c प्रकाश की गति है। इसका मतलब है कि किसी वस्तु में छिपी हुई ऊर्जा उसके द्रव्यमान के सीधे अनुपात में होती है।
2. उदाहरण के तौर पर, परमाणु बम और न्यूक्लियर रिएक्शन में इस सिद्धांत का उपयोग होता है, क्योंकि इसमें द्रव्यमान की थोड़ी सी कमी बहुत बड़ी मात्रा में ऊर्जा उत्पन्न करती है।

### निष्कर्ष:

सापेक्षता का विशिष्ट सिद्धांत हमारे सामान्य अनुभव से पूरी तरह अलग है। इसने गति, समय, और द्रव्यमान के बारे में हमारी अवधारणाओं को बदल दिया और यह सिद्धांत आधुनिक भौतिकी का आधार बन गया। इस सिद्धांत ने हमें यह समझने में मदद की कि ब्रह्मांड की घटनाएँ केवल स्थिर या सामान्य गति में नहीं होतीं, बल्कि ये गति के सापेक्ष होती हैं। इसके परिणामस्वरूप, समय और स्थान दोनों के हमारे पारंपरिक विचार पूरी तरह से बदल गए।

## स्केलर तथा वेक्टर क्षेत्र -

**स्केलर तथा वेक्टर क्षेत्र** भौतिकी तथा गणित में महत्वपूर्ण अवधारणाएँ हैं, जो विभिन्न प्रकार के मापनीयता और अभ्यस्तताओं को व्यक्त करने के लिए उपयोग की जाती हैं।

1. **स्केलर क्षेत्र (Scalar Field):** स्केलर क्षेत्र वह क्षेत्र है जिसमें प्रत्येक स्थान पर केवल एक स्केलर (एकल मान) होता है। इसे संख्याओं या मात्राओं के रूप में व्यक्त किया जाता है, और इनका कोई दिशा नहीं होती है।
2. उदाहरण: तापमान क्षेत्र: किसी कमरे में हर बिंदु पर तापमान एक स्केलर होता है।
3. यदि कमरे में तापमान विभिन्न स्थानों पर भिन्न हो, तो हर स्थान का तापमान एक स्केलर मान होगा।
4. उदाहरण:  $T(x,y,z)=25^\circ\text{C}$ ,  $T(x,y,z)=25^\circ\text{C}$
5. **दबाव क्षेत्र:** वायुमंडलीय दबाव भी एक स्केलर क्षेत्र होता है, क्योंकि यह प्रत्येक स्थान पर एक मात्रात्मक मान होता है और इसका कोई दिशा नहीं होती।
6. **वेक्टर क्षेत्र (Vector Field):** वेक्टर क्षेत्र वह क्षेत्र है जिसमें प्रत्येक स्थान पर एक वेक्टर (जो दिशा और मान दोनों को व्यक्त करता है) होता है। इनका कोई दिशा और परिमाण होता है, और ये स्थान के अनुसार बदल सकते हैं।

### उदाहरण:

- वायु वेग क्षेत्र: वातावरण में हर बिंदु पर वायु का वेग (दिशा और परिमाण दोनों) एक वेक्टर होता है।
- गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र: पृथ्वी का गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र भी एक वेक्टर क्षेत्र है, क्योंकि हर स्थान पर गुरुत्वाकर्षण बल का मान और दिशा दोनों होते हैं।
- मूल अंतर:

**स्केलर क्षेत्र:** एकल मान, कोई दिशा नहीं होती।

- **वेक्टर क्षेत्र:** दिशा और परिमाण दोनों होते हैं।

इन दोनों क्षेत्रों का उपयोग भौतिकी, गणित, और इंजीनियरिंग में विभिन्न समस्याओं को हल करने के लिए किया जाता है, जैसे कि विद्युत क्षेत्र, गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र, तापमान वितरण, आदि।

## ग्रीन के प्रमेय लिखकर सिद्धकीजिए-

भौतिकी तथा गणित में महत्वपूर्ण अवधारणाएँ हैं, जो विभिन्न प्रकार के मापनीयता (measurements) और अभ्यस्तताओं (quantities) को व्यक्त करने के लिए उपयोग की जाती हैं।

ग्रीन के प्रमेय का रूप:

मान लीजिए कि CCC एक बंद वक्र (closed curve) है जो एक साधारण क्षेत्र DDD को घेरता है, और  $F=(P(x,y),Q(x,y))\mathbf{F}=(P(x,y),Q(x,y))$  एक निरंतर अवकलनीय (continuously differentiable) वेक्टर क्षेत्र है, जिसमें PPP और QQQ दोनों का पहला अवकलन निरंतर हो।

ग्रीन के प्रमेय के अनुसार:

$$\oint_C Pdx+Qdy=\iint_D(\partial_x Q-\partial_y P)dA$$

यहां:

- C एक बंद वक्र है जो क्षेत्र D को घेरता है।
- $P(x,y)$  और  $Q(x,y)$  निरंतर अवकलनीय स्केलर फंक्शन हैं।
- $dA$  क्षेत्र DDD का क्षेत्रफल तत्व है।
- $\partial Q/\partial x$  क्षेत्र D में क्षेत्रीय वितरण को दर्शाता है।
- **प्रमेय का अर्थ:**
- यह प्रमेय यह कहता है कि एक बंद वक्र C के साथ किए गए वेक्टर क्षेत्र  $F=(P,Q)$  के रेखीय समाकलन ( का मान उस क्षेत्र DDD के क्षेत्रीय समाकलन (double integral) के बराबर होता है, जिसमें P और Q के आंशिक अवकलज होते हैं।
- **ग्रीन के प्रमेय का सिद्धांत:**
- ग्रीन के प्रमेय का प्रमाण क्षेत्रीय समाकलन और रेखीय समाकलन के बीच संबंध को स्पष्ट करने के लिए किया जाता है। इसके सिद्धांत के लिए हमें क्षेत्र D को छोटे छोटे भागों में विभाजित करना पड़ता है, जिससे कि हम क्षेत्रीय समाकलन को छोटे क्षेत्रों में हल कर सकें।
- **क्षेत्र को विभाजित करना:**
  - पहले, D को एक छोटे से आयताकार क्षेत्र में विभाजित करते हैं।
  - फिर, प्रत्येक आयत पर P और Q के अवकलज का उपयोग करते हुए रेखीय समाकलन और क्षेत्रीय समाकलन के बीच संबंध स्थापित किया जाता है।
- **स्टोक्स के प्रमेय से संबंध:**
  - ग्रीन के प्रमेय को हम स्टोक्स के प्रमेय का विशेष रूप मान सकते हैं, जब हम दो आयामी (2D) क्षेत्र पर काम कर रहे होते हैं। स्टोक्स के प्रमेय में तीन आयामी (3D) क्षेत्र होते हैं, और यह ग्रीन के प्रमेय का सामान्यीकृत रूप होता है।

## रॉकेट की गति एवं सिद्धांत समझाइए-

रॉकेट की गति और सिद्धांत एक महत्वपूर्ण भौतिकी का विषय है, जिसका उपयोग अंतरिक्ष यात्रा, उपग्रह प्रक्षेपण, और अन्य रॉकेट अभियानों में किया जाता है। रॉकेट के गति को समझने के लिए हमें न्यूटन के गति के नियमों और रॉकेट प्रणोदन सिद्धांत को समझना होता है। रॉकेट के गति सिद्धांत को समझने से पहले, रॉकेट के कार्य करने का तरीका (प्रणोदन) जानना जरूरी है।

### 1. रॉकेट का प्रणोदन सिद्धांत:

रॉकेट एक प्रकार का वाहन है जो एक विशेष गैस या द्रव को बाहर की दिशा में उच्च वेग से छोड़ता है, जिससे रॉकेट को प्रतिक्रिया स्वरूप एक विपरीत दिशा में गति मिलती है। इसे क्रियाव्यवस्था का सिद्धांत के तहत समझा जा सकता है, जिसे न्यूटन के तीसरे गति के नियम से जोड़ा जाता है।

न्यूटन के तीसरे नियम के अनुसार:

प्रत्येक क्रिया के बराबर और विपरीत प्रतिक्रिया होती है।"

रॉकेट में ईंधन जलने के दौरान गैसों बहुत उच्च वेग से रॉकेट के निचले हिस्से से बाहर निकलती हैं। इस प्रक्रिया में उत्पन्न होने वाली प्रतिक्रिया रॉकेट को ऊपर की ओर धक्का देती है, जिससे रॉकेट को ऊपर उठने की गति मिलती है।

### 2. रॉकेट की गति

रॉकेट की गति का निर्धारण विशेष रूप से \*\*रॉकेट के इंजन की थ्रस्ट\*\*, \*\*ईंधन का प्रवाह\*\*, और \*\*रॉकेट के द्रव्यमान\*\* पर निर्भर करता है। रॉकेट की गति को समझने के लिए \*\*रॉकेट समीकरण\*\* का उपयोग किया जाता है, जिसे \*\*टिसी के रॉकेट समीकरण\*\* (Tsiolkovsky Rocket Equation) कहा जाता है। यह समीकरण रॉकेट की गति में वृद्धि को समय के साथ बदलते द्रव्यमान और गैसों की गति से जोड़ता है।

### 3. टिसी के रॉकेट समीकरण

यह समीकरण रॉकेट की गति का निर्धारण करता है, और इसे इस प्रकार लिखा जाता है:

जहां:  $\Delta v$  = रॉकेट की गति में परिवर्तन ( $\Delta v$ )।

$v_e$  = प्रक्षिप्त गैस का विशिष्ट वेग

$m_0$  = रॉकेट का प्रारंभिक द्रव्यमान (जिसमें ईंधन भी शामिल है)।

$m_f$  = रॉकेट का अंतिम द्रव्यमान (ईंधन के जलने के बाद)।

$I_n$  = प्राकृतिक लघुगणक

### 4. रॉकेट की गति पर प्रभाव:

ईंधन का प्रवाह- रॉकेट जितना अधिक ईंधन जलाता है, उतना अधिक थ्रस्ट उत्पन्न होता है, और इसका प्रभाव रॉकेट की गति में बढ़ोतरी करता है।

विकिरण का वेग: गैसों का उच्च वेग रॉकेट को अधिक गति देने में मदद करता है। यदि गैस का वेग अधिक होता है, तो रॉकेट को भी अधिक गति प्राप्त होती है।

द्रव्यमान में कमी जैसे-जैसे रॉकेट का द्रव्यमान घटता है (ईंधन जलने के कारण), रॉकेट की गति में बढ़ोतरी होती है। इसका कारण यह है कि रॉकेट के द्रव्यमान के घटने से प्रतिक्रिया बल बढ़ता है।

### 5. रॉकेट गति का परिणाम:

रॉकेट का गति प्राप्त करने में कई चरण होते हैं:

1. आरंभिक धक्का जब रॉकेट उड़ान भरता है, तब वह अपनी पूरी ऊर्जा का उपयोग करता है।

2. ईंधन की समाप्ति - जैसे-जैसे ईंधन जलता है, रॉकेट का द्रव्यमान घटता है, जिससे गति में वृद्धि होती है।

3. वैक्यूम और गुरुत्वाकर्षण का प्रभाव - पृथ्वी के वातावरण में प्रवेश के बाद गुरुत्वाकर्षण बल रॉकेट की गति को प्रभावित करता है। अंतरिक्ष में, गुरुत्वाकर्षण प्रभाव कम होने से गति में वृद्धि होती है।

**एक समान आयताकार पटल का जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए**

**समान आयताकार पटल का जड़त्व आघूर्ण** (Moment of Inertia of a Uniform Rectangular Plate) ज्ञात करने के लिए हमें जड़त्व आघूर्ण के परिभाषा का उपयोग करना होगा।

**जड़त्व आघूर्ण की परिभाषा:**

जड़त्व आघूर्ण (Moment of Inertia) किसी पटल या शरीर का एक भौतिक गुण होता है, जो उस पटल के घूर्णन के प्रतिरोध को दर्शाता है। यदि किसी शरीर का द्रव्यमान  $m$  और उसके घूर्णन के अक्ष से बिंदु  $r$  की दूरी है, तो जड़त्व आघूर्ण  $I$  निम्नलिखित रूप से परिभाषित किया जाता है:  $I = \int r^2 dm$

यहां:

- $I$  = जड़त्व आघूर्ण

$r$  = उस बिंदु से अक्ष की दूरी

$dm$  = छोटे द्रव्यमान का तत्व

अब, हम एक समान आयताकार पटल पर ध्यान केंद्रित करेंगे।

### समान आयताकार पटल के लिए जड़त्व आघूर्ण:

मान लीजिए, हमारे पास एक आयताकार पटल है, जिसका आयाम  $L \times W$  (लंबाई  $L$  और चौड़ाई  $W$ ) है और इसका कुल द्रव्यमान  $M$  है। यदि हम पटल को एक निश्चित अक्ष के बारे में घुमा रहे हैं, तो हमें जड़त्व आघूर्ण निकालने के लिए इसके तत्वों का द्रव्यमान और उनकी दूरी का उपयोग करना होगा।

आयताकार पटल के लिए जड़त्व आघूर्ण की सामान्य स्थिति पर विचार करते हुए, हम विभिन्न अक्षों के लिए जड़त्व आघूर्ण का मान प्राप्त कर सकते हैं। सबसे सामान्य रूप से दो स्थितियों पर विचार करते हैं:

#### 1. एक्स-अक्ष के बारे में जड़त्व आघूर्ण (पटल का केंद्र):

यदि हम आयत के केंद्र से  $x$ -अक्ष के बारे में जड़त्व आघूर्ण निकालना चाहते हैं, तो हम मानते हैं कि पटल का द्रव्यमान समान रूप से वितरित है। इस स्थिति में:  $I_x = \frac{1}{12} M(W^2 + L^2)$

यहां:

- $I_x$  =  $x$ -अक्ष के बारे में जड़त्व आघूर्ण
- $M$  = आयत का कुल द्रव्यमान
- $L$  = आयत की लंबाई
- $W$  = आयत की चौड़ाई

#### 2. वायो (Y)-अक्ष के बारे में जड़त्व आघूर्ण:

इसी तरह, यदि हम  $y$ -अक्ष के बारे में जड़त्व आघूर्ण निकालते हैं:

#### 3. किसी बाहरी बिंदु के बारे में जड़त्व आघूर्ण (पटल के एक किनारे के बारे में):

यदि हम पटल के किसी एक किनारे (जो  $x$ -अक्ष या  $y$ -अक्ष हो सकता है) के बारे में जड़त्व आघूर्ण निकालना चाहते हैं, तो हम **पैरलल अक्ष प्रमेय (Parallel Axis Theorem)** का उपयोग करते हैं, जो यह कहता है कि:

यहां:  $I = I_{cm} + Md^2$

**धारा रेखीय एवं विश्रुबद प्रवाह क्या है**

**धारा रेखीय प्रवाह (Streamline Flow)** और **विश्रुबद प्रवाह (Turbulent Flow)** दोनों ही द्रव प्रवाह के प्रकार हैं, जो किसी द्रव (तरल या गैस) के गति और आचरण को दर्शाते हैं। ये दोनों प्रवाह की विशेषताएँ होती हैं, जो प्रवाह की स्थिति के आधार पर विभिन्न भौतिक परिस्थितियों में उत्पन्न होती हैं।

आइए इन दोनों प्रवाहों को विस्तार से समझते हैं:

## 1. धारा रेखीय प्रवाह (Streamline Flow):

धारा रेखीय प्रवाह (जिसे "laminar flow" भी कहा जाता है) एक ऐसा प्रवाह होता है, जिसमें प्रत्येक कण (particles) का मार्ग निश्चित और व्यवस्थित होता है, और एक कण का मार्ग दूसरे कण के मार्ग से प्रभावित नहीं होता। इसमें प्रवाह की दिशा समान होती है, और यह एक व्यवस्थित तरीके से होता है।

### विशेषताएँ:

- प्रवाह के प्रत्येक कण का मार्ग स्थिर और समांतर होता है, जिससे यह प्रवाह सरल और नियमित होता है।
- इसका गति बहुत ही सुसंगत (consistent) और नियमित होती है, जिससे कोई अप्रत्याशित उतार-चढ़ाव नहीं होते।
- धारा रेखीय प्रवाह में प्रवाह की गति बहुत कम होती है, और यह छोटे पैमाने पर होता है।
- यह प्रवाह कम वेग (low velocity) और उच्च विस्कोसिटी (viscosity) वाले द्रवों में होता है।
- यह आमतौर पर छोटे पाइपों या नलिकाओं में या छोटे वेग से प्रवाहित होने वाले द्रव में पाया जाता है।

### उदाहरण:

- पानी का धीरे-धीरे बहना।
- तेल की नलिका में धीमे प्रवाह का उदाहरण।

### नियम:

- रेनोल्ड्स संख्या (Reynolds Number)  $Re$  का मान कम होता है (आमतौर पर  $Re < 2000$ )।

## 2. विश्रुबद प्रवाह (Turbulent Flow):

- विश्रुबद प्रवाह (Turbulent Flow) वह प्रवाह होता है जिसमें प्रवाह में अनियमितता, गोल-गोल घूमते हुए कण (eddies) और उत्पन्न होती हैं। यह प्रवाह गति में अस्थिरता और अशांति को दर्शाता है, और इसमें द्रव के कण एक दूसरे से गड़बड़ तरीके से मिलकर अत्यधिक गतिशीलता उत्पन्न करते हैं।

### विशेषताएँ:

- इस प्रवाह में द्रव कणों की गति बहुत तेज और अनियमित होती है, और प्रवाह में रुकावटें उत्पन्न होती हैं।
- प्रवाह में किसी कण का मार्ग दूसरे कण के मार्ग से प्रभावित होता है, और यह बहुत असंगत (chaotic) होता है।
- विश्रुबद प्रवाह में बड़े पैमाने पर वर्तुल गति (circular motion) होती है, जैसे धाराएँ या "eddies"।
- यह प्रवाह अधिक वेग (high velocity) और कम विस्कोसिटी (low viscosity) वाले द्रवों में उत्पन्न होता है।
- विश्रुबद प्रवाह अधिकतर बड़े पाइपों, नदियों या तूफान में देखा जाता है।

### उदाहरण:

- नदी का तेज बहाव।
- विमान के इर्द-गिर्द हवा का बहाव, खासकर जब विमान की गति तेज होती है।
- बड़े पाइपों में तेज गति से बहता पानी।

### नियम:

- रेनोल्ड्स संख्या  $Re$  का मान अधिक होता है (आमतौर पर  $Re > 4000$ )। जब रेनोल्ड्स संख्या अधिक होती है, तब प्रवाह विश्रुबद होता है।
- धारा रेखीय और विश्रुबद प्रवाह के बीच अंतर:

विशेषताएँ	धारा रेखीय प्रवाह (Laminar Flow)	विश्रुबद प्रवाह (Turbulent Flow)
प्रवाह की गति	धीमी (Low velocity)	तेज (High velocity)
प्रवाह का प्रकार	व्यवस्थित और सुसंगत (Ordered and smooth)	अनियमित और अशांत (Chaotic and irregular)

विशेषताएँ	धारा रेखीय प्रवाह (Laminar Flow)	विश्रुबद प्रवाह (Turbulent Flow)
रेनोल्ड्स संख्या (Re)	कम ( $Re < 2000$ )	उच्च ( $Re > 4000$ )
प्रवाह में अनियमितताएँ नहीं	(No irregularities)	हाँ (Yes, irregularities, eddies, and whirlpools)
द्रव की विस्कोसिटी	उच्च (High viscosity)	कम (Low viscosity)
उदाहरण	छोटी नलिकाओं में पानी का बहाव	नदियों का तेज बहाव, हवा का विश्रुबद प्रवाह

Prove  $F = -\text{grad}U$

यह सिद्धांत  $F = -\nabla U$  को संवेदनशील बल के संदर्भ में सिद्ध किया जाता है। यह सिद्धांत बताता है कि एक संवेदनशील बल  $F$  (जैसे गुरुत्वाकर्षण, विद्युत बल आदि) उस स्थान पर स्थित वस्तु के संभाव्य ऊर्जा (potential energy)  $U$  का नकारात्मक ग्रेडिएंट होता है।

इसका मतलब है कि बल  $F$  उस स्थान पर ऊर्जा के घटने की दिशा में काम करता है, यानी यह बल ऊर्जा को न्यूनतम बनाने की दिशा में कार्य करता है।

अब, इसे सिद्ध करने के लिए निम्नलिखित कदम उठाते हैं

**सिद्धांत:**

हम संवेदनशील बल के लिए कार्य (work) और संभाव्य ऊर्जा (potential energy) के बीच संबंध का उपयोग करेंगे।

### 1. कार्य और ऊर्जा का संबंध:

जब किसी वस्तु पर बल  $F$  काम करता है और वह वस्तु एक बहुत छोटी दूरी  $f\{r\}dr$  (displacement) पर चलती है, तो बल द्वारा किया गया कार्य  $dW$  निम्नलिखित रूप में दिया जाता है:

$$dW = F \cdot dr$$

यहाँ:

- $dW$  = बल द्वारा किया गया कार्य
- $F$  = बल
- $dr$  = स्थिति में बदलाव
- **2. संभाव्य ऊर्जा का परिवर्तन:**

संवेदनशील बल के मामले में, कार्य  $dW$  को संभाव्य ऊर्जा  $U$  के परिवर्तन से जोड़ा जाता है। जब बल  $F$  द्वारा कोई वस्तु स्थानांतरित होती है, तो संभाव्य ऊर्जा  $U$  में परिवर्तन होता है, और यह परिवर्तन इस प्रकार होता है:

$$dU = -F \cdot dr$$

यह नकारात्मक चिह्न यह दर्शाता है कि जब कोई बल कार्य करता है, तो यह वस्तु की संभाव्य ऊर्जा को घटाता है (यानी बल ऊर्जा को कम करने की दिशा में कार्य करता है)।

### 3. कार्य और संभाव्य ऊर्जा का संबंध:

अब, यदि हम दोनों समीकरणों को एक साथ जोड़ते हैं:

$$dW = -dU$$

$$F \cdot dr = -dU$$

यहां पर  $dU = -F \cdot dr$  संभाव्य ऊर्जा में परिवर्तन है, और चूंकि  $dU = -F \cdot dr$  संभाव्य ऊर्जा के नकारात्मक परिवर्तन के रूप में व्यक्त किया गया है, हम इसे निम्नलिखित रूप में लिख सकते हैं:

$$F = -\nabla U$$

#### 4. ग्रेडिएंट का अर्थ:

$\nabla U$  संभाव्य ऊर्जा  $U$  का ग्रेडिएंट है, जो प्रत्येक बिंदु पर संभाव्य ऊर्जा का सबसे तेज़ बढ़ने की दिशा को दर्शाता है। चूंकि बल उस दिशा में कार्य करता है जहां ऊर्जा घटती है, इसलिए बल का वेक्टर  $\mathbf{F}$  संभाव्य ऊर्जा के ग्रेडिएंट के विपरीत दिशा में होगा।

#### केंद्रीय बल के अंतर्गत दो कणों के निकाय की गति समझाइए-

**केंद्रीय बल (Central Force)** वह बल होता है जो किसी कण पर प्रभाव डालता है और हमेशा उस कण के केंद्र या किसी निश्चित बिंदु (जैसे पृथ्वी के केंद्र) की ओर आकर्षित होता है। उदाहरण के लिए, गुरुत्वाकर्षण बल, विद्युत बल (किसी आवेश के द्वारा), और परमाणु बल (न्यूक्लियॉन के बीच) केंद्रीय बल के उदाहरण हैं।

अब, हम दो कणों के परिप्रेक्ष्य में केंद्रीय बल के तहत उनकी गति को समझते हैं। मान लीजिए, दो कण A और B एक-दूसरे के बीच केंद्रीय बल के प्रभाव में हैं।

#### 1. केंद्रीय बल की विशेषताएँ:

- यह बल हमेशा उन कणों के बीच के रेखीय दूरी के विपरीत (आकर्षण या विकर्षण) कार्य करता है।
- यह बल दोनों कणों के बीच केंद्र से लागू होता है और इसे रेखीय दूरी ( $r$ ) पर निर्भर किया जाता है।
- $\mathbf{F} = F(r)\hat{r}$ , जहाँ  $F(r)$  बल की परिमाण है और  $\hat{r}$  दूरी की दिशा में एक इकाई वेक्टर है।

#### 2. केंद्रीय बल के तहत दो कणों की गति:

यदि दो कण A और B किसी केंद्रीय बल के प्रभाव में हैं, तो हम इन कणों के बीच के बल को  $\mathbf{F}$  मान सकते हैं, जो उनके बीच के केंद्र की ओर आकर्षित होता है। यह केंद्रीय बल कणों की गति को प्रभावित करता है। इस गति को समझने के लिए, हम कणों के आपसी परस्पर क्रिया को देखते हैं।

##### (i) कणों के आपसी बल के कारण गति:

दो कणों के बीच  $F$  बल के कारण, प्रत्येक कण पर एक प्रतिक्रिया बल होता है, जो न्यूटन के तीसरे गति के नियम (Action-Reaction) के अनुसार होता है:

$$\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$$

यहां,  $\mathbf{F}_{AB}$  और  $\mathbf{F}_{BA}$  कण A और B पर प्रभाव डालने वाले बल हैं।

#### अदिश और सदिश क्षेत्र को समझाइए-

अदिश और सदिश क्षेत्र दोनों ही भौतिकी और गणित के महत्वपूर्ण अवधारणाएँ हैं। इन्हें समझने के लिए, पहले हमें अदिश और सदिश का सामान्य अर्थ समझना होगा।

#### 1. अदिश क्षेत्र (Scalar Field):

अदिश क्षेत्र वह क्षेत्र होता है जिसमें किसी बिंदु पर केवल एक अदिश राशि (मात्रा) मापी जाती है, न कि दिशा। इसमें केवल माप (जैसे तापमान, घनत्व, दबाव आदि) होता है और इसमें दिशा की कोई भूमिका नहीं होती। उदाहरण:

- तापमान क्षेत्र: किसी कमरे में हर बिंदु पर तापमान होता है, और तापमान का केवल एक मान (जैसे 30°C) होता है, न कि दिशा।
- दबाव क्षेत्र: एक वायुमंडल में हर बिंदु पर दबाव होता है, जो एक अदिश राशि है।

## 2. सदिश क्षेत्र (Vector Field):

सदिश क्षेत्र वह क्षेत्र होता है जिसमें किसी बिंदु पर एक सदिश (जिसमें दिशा और परिमाण दोनों होते हैं) मापी जाती है। इसमें न केवल माप होता है, बल्कि दिशा भी होती है। उदाहरण:

- गति क्षेत्र: किसी वायुमंडल में हवा की गति को देखा जाए, तो हर बिंदु पर गति का दिशा और माप दोनों होते हैं।
- विद्युत क्षेत्र: किसी चार्ज के चारों ओर विद्युत क्षेत्र होता है, जो हर बिंदु पर दिशा और परिमाण दोनों के रूप में मापा जाता है।
- अदिश क्षेत्र में केवल परिमाण (मात्रा) होती है, दिशा नहीं होती।
- सदिश क्षेत्र में परिमाण और दिशा दोनों होते हैं।

### यंग प्रत्यास्थता गुणांक को परिभाषित कीजिए तथा उसका सूत्र लिखिए-

एक भौतिक गुणांक है जो किसी ठोस पदार्थ की प्रत्यास्थता को मापता है, यानी यह बताता है कि वह पदार्थ तनाव (stress) के प्रति कितना प्रतिरोधी है। जब किसी पदार्थ पर बल लगाया जाता है, तो वह पदार्थ अपनी लंबाई में परिवर्तन करता है। यंग प्रत्यास्थता गुणांक उस परिवर्तन के लिए तनाव के अनुपात के रूप में परिभाषित किया जाता है।

**परिभाषा:** यंग प्रत्यास्थता गुणांक, एक पदार्थ की यांत्रिक गुणों को मापने के लिए, वह गुणांक है जो उस पदार्थ के तनाव और स्ट्रेन (विस्तार या संकुचन) के बीच के अनुपात को दर्शाता है, जब वह पदार्थ लीनियर प्रत्यास्थता क्षेत्र में होता है।

$$E = \text{स्ट्रेन} / \text{तनाव}$$

जहाँ:

- तनाव (Stress) =  $F/A$ , यहाँ  $F$  बल (force) है और  $A$  क्रॉस-सेक्शनल क्षेत्रफल है।
- स्ट्रेन (Strain) =  $L_0 \Delta L$ , यहाँ  $\Delta L$  लंबाई में परिवर्तन है और  $L_0$  प्रारंभिक लंबाई है।

यंग प्रत्यास्थता गुणांक ( $E$ ) को इस प्रकार भी व्यक्त किया जा सकता है:

$$E = F \cdot L_0 / A \Delta L$$

जहाँ:

- $F$  = लागू बल
- $L_0$  = प्रारंभिक लंबाई
- $A$  = क्रॉस-सेक्शनल क्षेत्रफल

$\Delta L$  = लंबाई में परिवर्तन

यंग प्रत्यास्थता गुणांक एक पदार्थ की कठोरता का सूचक होता है, और यह न्यूटन प्रति वर्ग मीटर ( $N/m^2$ ) या पास्कल (Pa) में मापा जाता है।

### पृष्ठ तनाव को परिभाषित कीजिए तथा उसकी इकाई लिखिए-

पृष्ठ तनाव एक तरल पदार्थ की सतह पर उत्पन्न होने वाली बल की प्रवृत्ति है, जो उस सतह के क्षेत्रों को आपस में जोड़ने की कोशिश करती है। यह बल तरल की सतह पर उस क्षेत्र की हर इकाई लंबाई के साथ कार्य करता है और इसकी वजह से तरल की सतह पर न्यूनतम क्षेत्रफल बनने की प्रवृत्ति होती है।

जब एक तरल का संपर्क किसी अन्य पदार्थ से होता है, तो उसके सतही कणों के बीच आकर्षण बल होते हैं, जो उस तरल को सतह पर कसने की कोशिश करते हैं। यही कारण है कि तरल की सतह पर एक प्रकार का खिंचाव (tension) उत्पन्न होता है, जिसे **पृष्ठ तनाव** कहते हैं।

**परिभाषा:** पृष्ठ तनाव वह बल है जो तरल की सतह पर एक इकाई लंबाई में कार्य करता है। इसे उस बल के रूप में परिभाषित किया जाता है, जो तरल की सतह पर एक सूक्ष्म रेखा के साथ कार्य करता है और तरल की सतह को सिकोड़ने की प्रवृत्ति उत्पन्न करता है।

$$\text{पृष्ठ तनाव} = \frac{\text{सतह की लंबाई सतह बल}}{\text{सतह की लंबाई}}$$

**इकाई (Unit):** पृष्ठ तनाव की SI इकाई **न्यूटन प्रति मीटर (N/m)** होती है।

यह इकाई दर्शाती है कि एक मीटर लंबाई पर तरल की सतह पर कितनी न्यूटन की बल कार्य कर रहा है।

### समानित द्रव्यमान से क्या तात्पर्य है

\*समानित द्रव्यमान से तात्पर्य उस वस्तु या पदार्थ से है, जिसका द्रव्यमान (mass) प्रत्येक स्थान पर समान रूप से वितरित होता है। इसका मतलब है कि उस वस्तु का हर भाग समान रूप से भार से भरा हुआ होता है और उसका द्रव्यमान हर स्थान पर समान होता है।

समानित द्रव्यमान वाली वस्तु में, द्रव्यमान वितरण का कोई अंतर नहीं होता, और यह वस्तु किसी विशेष स्थान या दिशा में विशेष रूप से अधिक या कम भारी नहीं होती।

उदाहरण: - यदि एक ठोस लोहे की छड़ी पूरी तरह से एक जैसी बनी हो, तो उसका द्रव्यमान समान रूप से पूरे छड़ी में वितरित होगा, जिससे उसे "समानित द्रव्यमान" कहा जाएगा।

समानित द्रव्यमान का विचार भौतिकी और यांत्रिकी में महत्वपूर्ण है, विशेष रूप से जब हम किसी वस्तु के केंद्रक या बलों का वितरण समझते हैं।

### लाल दानव तारा पर टिप्पणी लिखिएजी-

\*\*लाल दानव तारा (Red Giant Star)\*\* एक प्रकार का तारा है जो अपने जीवन के अंतिम चरण में होता है। यह तारे मुख्य अनुक्रम (Main Sequence) के बाद विकसित होते हैं और इसका आकार बहुत बड़ जाता है। लाल दानव तारे अपने ध्रुवीय क्षेत्र में अधिक फैल जाते हैं और बहुत कम तापमान पर होते हैं, जो उन्हें लाल रंग के रूप में दिखाई देते हैं।

लाल दानव तारे की विशेषताएँ:

1. \*\*आकार\*\* : जब एक तारा मुख्य अनुक्रम चरण से बाहर आता है और उसकी आंतरिक ऊर्जा समाप्त होती है, तो उसका आकार बहुत बड़ जाता है। वह अपने मूल आकार से कई गुना अधिक फैल जाता है। यह कारण है कि लाल दानव तारे बहुत बड़े होते हैं, लेकिन उनका तापमान कम होता है।

2. \*\*तापमान\*\* : लाल दानव तारे का तापमान मुख्य अनुक्रम तारे से काफी कम होता है। यह तापमान आमतौर पर लगभग  $2,500^{\circ}\text{C}$  से  $4,000^{\circ}\text{C}$  के बीच होता है। क्योंकि तापमान कम होता है, इस कारण इन तारे का रंग लाल होता है।

3. \*\*हाइड्रोजन का समाप्त होना\*\* : जब तारे का हाइड्रोजन ईंधन समाप्त हो जाता है, तो तारा हिलने लगता है और उसकी आंतरिक प्रक्रियाएं बदल जाती हैं। हाइड्रोजन की जगह तारा हीलियम और अन्य भारी तत्वों का संलयन करने लगता है। इस प्रक्रिया के कारण तारे का बाहरी आवरण फैलता है और यह लाल दानव तारा बन जाता है।

4. \*\*संलयन प्रक्रिया- : लाल दानव तारे में संलयन की प्रक्रिया धीमी होती है। तारे के केंद्र में हीलियम और अन्य भारी तत्वों का संलयन शुरू होता है, जबकि बाहरी परतों में हाइड्रोजन का संलयन जारी रहता है। इसके कारण तारे का आकार बड़ जाता है और उसकी चमक भी बढ़ती है।

5. \*\*जीवनकाल- लाल दानव तारे का जीवनकाल मुख्य अनुक्रम तारे के मुकाबले बहुत छोटा होता है, क्योंकि इन तारे में ऊर्जा का स्रोत सीमित होता है। जब यह ऊर्जा समाप्त हो जाती है, तो तारा अंततः सुपरनॉवा के रूप में फट सकता है या फिर एक सफेद बौना (White Dwarf) में परिवर्तित हो सकता है।

उदाहरण: -सूर्य हमारे सौरमंडल का एक मुख्य अनुक्रम तारा है, लेकिन जैसे-जैसे वह अपनी ऊर्जा का उपयोग करेगा, वह भविष्य में एक लाल दानव तारा बन जाएगा। सूर्य का जीवनकाल 5 बिलियन वर्षों से अधिक हो सकता है, और तब वह अपनी वर्तमान स्थिति से कई गुना बड़ा हो जाएगा।

### ग्रीक की प्रमेय लिखकर सिद्ध कीजिए-

आपका प्रश्न "ग्रीक की प्रमेय" के बारे में है, लेकिन यह स्पष्ट नहीं है कि आप किस विशेष प्रमेय की बात कर रहे हैं। क्या आप पाइथागोरस प्रमेय, थालेस का प्रमेय, या किसी अन्य ग्रीक प्रमेय के बारे में पूछ रहे हैं?

यदि आप पाइथागोरस प्रमेय के बारे में पूछ रहे हैं, तो मैं उसे सिद्ध करने की प्रक्रिया समझा सकता हूँ। यदि आप कुछ और प्रमेय पूछ रहे हैं, तो कृपया स्पष्ट करें।

### पाइथागोरस प्रमेय:

पाइथागोरस प्रमेय कहता है: "किसी समकोण त्रिभुज में, कर्ण का वर्ग, अन्य दोनों भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।"

अगर  $a$  और  $b$  समकोण त्रिभुज की लघु भुजाएँ हैं, और  $c$  कर्ण है, तो:  $a^2 + b^2 = c^2$

### सिद्धांत:

पाइथागोरस प्रमेय को सिद्ध करने के कई तरीके हैं, लेकिन एक सामान्य और सरल तरीका यहाँ प्रस्तुत है:

#### 1. चतुर्भुज निर्माण:

- एक समकोण त्रिभुज को चार बार लेकर एक बड़े वर्ग का निर्माण करें, जिसके प्रत्येक कोने पर एक समकोण त्रिभुज रखा गया हो।
- इस प्रकार एक बड़ा वर्ग बनेगा जिसमें छोटे त्रिभुजों का समायोजन होगा।

### क्षेत्रफल की गणना:

2. बड़े वर्ग का क्षेत्रफल  $(a+b)^2$  होगा, जहाँ  $a$  और  $b$  त्रिभुज की भुजाएँ हैं।
3. इस बड़े वर्ग में चार समकोण त्रिभुज होंगे और एक छोटा वर्ग होगा, जिसका आकार  $c^2$  होगा (कर्ण के वर्ग के बराबर)

### क्षेत्रफल समीकरण:

4. बड़े वर्ग का क्षेत्रफल:  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
5. चार समकोण त्रिभुजों का कुल क्षेत्रफल:  $= 2ab$

छोटे वर्ग का क्षेत्रफल:  $= c^2$

### केप्लर के नियमों को लिखिए-

केप्लर के नियम (Kepler's Laws) ग्रहों की गति को समझाने के लिए तीन सिद्धांत हैं, जो जर्मन खगोलशास्त्री जोहान्स केप्लर द्वारा 1609 और 1619 में प्रस्तुत किए गए थे। ये नियम सूर्य के चारों ओर ग्रहों की गति का सटीक वर्णन करते हैं और न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण के सिद्धांत के लिए आधार बने।

## केप्लर के तीन प्रमुख नियम :

### 1. केप्लर का पहला नियम (ग्रहों की कक्षीय अण्डाकारता)

"प्रत्येक ग्रह सूर्य के चारों ओर एक अण्डाकार कक्षा में घूमता है, जिसमें सूर्य एक Focus (केंद्र) पर स्थित होता है।"

इसका मतलब है कि ग्रहों की कक्षा गोल नहीं होती, बल्कि अण्डाकार (elliptical) होती है। इस कक्षा के दो फोकस होते हैं, और सूर्य इन फोकसों में से एक पर स्थित होता है।

### 2. केप्लर का दूसरा नियम (क्षेत्रफल नियम)

"ग्रहों द्वारा सूर्य तक खींची गई रेखा समान समयांतराल में समान क्षेत्रफल छोड़ती है।"

यह नियम यह बताता है कि ग्रह जब सूर्य के पास होता है, तो उसकी गति तेज होती है, और जब वह सूर्य से दूर होता है, तो उसकी गति धीमी होती है। इस नियम के अनुसार, ग्रहों द्वारा सूर्य तक खींची गई रेखा (अर्थात्, सूर्य से ग्रह तक की कनेक्टिंग रेखा) एक समान समय में समान क्षेत्रफल कवर करती है, चाहे ग्रह कहीं भी हो।

### 3. केप्लर का तीसरा नियम (ग्रहों का समय और कक्षा के आकार के बीच संबंध)

"किसी ग्रह की कक्षा का अवधि (orbital period) और उसकी कक्षा का औसत त्रिज्या (semi-major axis) का वर्ग का अनुपात एक स्थिरांक के समानुपाती होता है।"

यह नियम यह बताता है कि ग्रह के कक्षा के समय और उसकी कक्षा के आकार के बीच एक निश्चित संबंध होता है। गणितीय रूप से इसे इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है:  $T^2 \propto r^3$

- $T$  = ग्रह का कक्षीय काल।

- $r$  = ग्रह की कक्षा की औसत त्रिज्या

यह नियम ग्रहों की गति की गणना और उनकी कक्षाओं के अध्ययन के लिए बहुत महत्वपूर्ण है।

## लॉरेंस रूपांतरण समीकरण का वर्णन कीजिए-

लॉरेंस रूपांतरण (Lorentz Transformation) समीकरण विशेष आपेक्षिकता के सिद्धांत (Special Theory of Relativity) के तहत विकसित किए गए समीकरण हैं। यह समीकरण गति की उच्च गति पर (विशेष रूप से प्रकाश की गति के नज़दीक) दो विभिन्न संदर्भ फ्रेमों के बीच कक्षीय स्थान और समय के परिवर्तन को व्यक्त करते हैं।

जब कोई वस्तु एक संदर्भ फ्रेम में गति कर रही होती है और हम इसे दूसरे संदर्भ फ्रेम में देख रहे होते हैं, तो उनके बीच स्थान और समय के माप में भिन्नताएँ उत्पन्न होती हैं। ये भिन्नताएँ लॉरेंस रूपांतरण द्वारा व्यक्त की जाती हैं।

लॉरेंस रूपांतरण समीकरण विशेष रूप से गति और समय के संबंध को समझाने के लिए होते हैं जब वे दोनों संदर्भ फ्रेमों के लिए अलग-अलग होते हैं।

## लॉरेंस रूपांतरण समीकरण :

मान लीजिए, एक संदर्भ फ्रेम  $S$  और दूसरा संदर्भ फ्रेम  $S'$  है, जो एक दूसरे के सापेक्ष स्थिर गति  $v$  से चल रहा है।  $x, y, z$  (स्थान) और  $t$  (समय) इन संदर्भ फ्रेमों में स्थान और समय के मान हैं।

लॉरेंस रूपांतरण के लिए समीकरण निम्नलिखित हैं

### 1. स्थान ( $x$ ) और समय ( $t$ ) के लिए रूपांतरण:

$$x' = \gamma(x - vt)$$

## 2. लॉरेंस फैक्टर ( $\gamma$ ) का सूत्र:

### लॉरेंस रूपांतरण के प्रमुख प्रभाव:

- समय विस्तार (Time Dilation):** जब कोई वस्तु एक अन्य संदर्भ फ्रेम के सापेक्ष गति कर रही होती है, तो उसके लिए समय धीरे चलता है। इसे समय विस्तार कहा जाता है। इसे लॉरेंस रूपांतरण से समझा जा सकता है, जहाँ उच्च गति पर  $t' > tt'$ , यानी गतिमान वस्तु पर समय अधिक विस्तारित होता है।
- लंबाई संकुचन (Length Contraction):** जब कोई वस्तु उच्च गति से चल रही होती है, तो उसकी लंबाई उस गति के दिशा में संकुचित हो जाती है। इसे लंबाई संकुचन कहा जाता है, और लॉरेंस रूपांतरण से समझा जा सकता है कि  $x' < xx'$  जब वस्तु की गति  $v$  के समानांतर होती है।

### लॉरेंस रूपांतरण के परिणाम:

- समय और स्थान का परस्पर संबंधित होना:** समय और स्थान, केवल एक दूसरे से स्वतंत्र नहीं होते। उच्च गति पर, समय और स्थान को एक समग्र "स्पेस-टाइम" के रूप में देखा जाता है।
- प्रकाश की गति अपरिवर्तित रहती है:** लॉरेंस रूपांतरण से यह सिद्ध होता है कि प्रकाश की गति  $c$  किसी भी संदर्भ फ्रेम से समान रहती है, चाहे स्रोत और पर्यवेक्षक के बीच गति कैसी भी हो।

### मैक्सवेल को सी द्वारा किसी तार के पदार्थ का दृढ़ता गुणांक ज्ञात करने की विधि लिखिए तथा उत्पन्न सूत्र-

**मैक्सवेल का दृढ़ता गुणांक (Maxwell's Modulus) विधि** का उपयोग पदार्थ के यांत्रिक गुण, विशेष रूप से एक तार या ठोस पदार्थ के दृढ़ता गुणांक (Elastic Modulus) को जानने के लिए किया जाता है। यह विधि विशेष रूप से तारों और उनके तनाव-विश्लेषण पर आधारित होती है। यह नियम विशेष रूप से उस समय उपयोगी होता है जब पदार्थ पर एक स्थिर बल (Force) लगाया जाता है और उसके तनाव का परिणाम तार के रूप में देखा जाता है।

### मैक्सवेल का दृढ़ता गुणांक ज्ञात करने की विधि:

मैक्सवेल द्वारा दी गई विधि में, हम एक तार को खींचने पर उत्पन्न होने वाले तनाव और लंबाई में परिवर्तन (Strain) के आधार पर उसके दृढ़ता गुणांक को ज्ञात करते हैं।

#### विधि:

- तार का चयन:** एक तार लिया जाता है, जिसकी लंबाई  $L$  और क्षेत्रफल  $A$  होती है।
- बल लगाना:** तार पर एक ज्ञात बल  $F$  लागू किया जाता है। यह बल तार के साथ लंबवत रूप में काम करता है, और यह उसे खींचता है।
- लंबाई में परिवर्तन:** तार की लंबाई में जो परिवर्तन होता है, उसे  $\Delta L$  कहा जाता है। यह परिवर्तन स्ट्रेन (Strain) के रूप में मापा जाता है।

### तनाव (Stress) और स्ट्रेन (Strain):

- तनाव (Stress) को  $\sigma = F/A$  से मापते हैं, जहाँ  $F$  बल है और  $A$  तार का क्रॉस-सेक्शनल क्षेत्रफल है।
- स्ट्रेन को  $\epsilon = \Delta L / L$  से मापा जाता है, जहाँ  $\Delta L$  लंबाई में परिवर्तन और  $L$  तार की प्रारंभिक लंबाई है।

**दृढ़ता गुणांक (Elastic Modulus):** दृढ़ता गुणांक (या यंग्स मोड्यूलस)  $E$  का सूत्र निम्नलिखित होता है:  $E = \text{तनाव} / \text{स्ट्रेन}$

यह सूत्र किसी तार के दृढ़ता गुणांक को निर्धारित करने के लिए प्रयोग किया जाता है। इसमें  $E$  वह गुणांक है, जो पदार्थ की क्षमता को दर्शाता है कि वह कितनी मात्रा में तनाव को सहन कर सकता है और अपने आकार में कितनी मात्रा में परिवर्तन करेगा।

### मिचेलसन माल के प्रयोग का विस्तृत वर्णन कीजिए

**\*\*मिचेलसन-मोरले प्रयोग\*\*** (Michelson-Morley Experiment) 1887 में अल्बर्ट माइकलसन (Albert Michelson) और एडवर्ड मोरले (Edward Morley) द्वारा किया गया था, जिसका उद्देश्य **\*\*एथर\*\*** नामक काल्पनिक माध्यम का अस्तित्व सिद्ध

करना था। इस प्रयोग का मुख्य उद्देश्य यह जांचना था कि क्या पृथ्वी के चलने से किसी प्रकार का गति माध्यम (जिसे "लाइट एथर" कहा जाता था) उत्पन्न होता है, या नहीं।

इस प्रयोग के परिणाम ने वैज्ञानिक समुदाय को बहुत प्रभावित किया और **\*\*विशेष आपेक्षिकता का सिद्धांत\*\*** (Special Theory of Relativity) की नींव रखी। मिचेल्सन-मोरले का प्रयोग उस समय सबसे महत्वपूर्ण प्रयोगों में से एक था, क्योंकि इससे यह सिद्ध हुआ कि प्रकाश की गति सब संदर्भ फ्रेमों में समान होती है और एथर का कोई अस्तित्व नहीं है।

### **\*\*मिचेल्सन-मोरले प्रयोग का उद्देश्य\*\*** :

19वीं सदी में यह धारणा थी कि अंतरिक्ष में एक माध्यम होता है जिसे "एथर" कहा जाता था। यह एथर वही माध्यम था, जिसे प्रकाश के संचरण के लिए जिम्मेदार माना जाता था। यह माना गया था कि यदि पृथ्वी गति कर रही है, तो पृथ्वी के सापेक्ष प्रकाश की गति में परिवर्तन होना चाहिए। इस सिद्धांत के परीक्षण के लिए मिचेल्सन और मोरले ने एक प्रयोग डिजाइन किया।

### **\*\*प्रयोग की विधि\*\*** :

1. **\*\*यांत्रिक उपकरण\*\*** :

मिचेल्सन-मोरले प्रयोग में एक **\*\*इंटरफेरोमीटर\*\*** का उपयोग किया गया था। इंटरफेरोमीटर एक उपकरण है जो प्रकाश की दो धाराओं को एक दूसरे से जोड़ता है और उनका इंटरफेरेंस (विघटन) पैटर्न उत्पन्न करता है।

2. **\*\*प्रयोग का सेटअप\*\*** :

- प्रयोग में एक हल्का स्रोत (जैसे, एक विद्युत बल्ब) था, जो एक विभाजक के माध्यम से दो प्रकाश धाराओं में बांटा गया।
- दोनों प्रकाश धाराएं **\*\*समानांतर\*\*** और **\*\*लंबवत\*\*** दिशा में यात्रा करती थीं और फिर एक मीरर (दर्पण) द्वारा परावर्तित होकर पुनः एक दूसरे से मिल जाती थीं।
- दोनों प्रकाश धाराओं का इंटरफेरेंस पैटर्न (विघटन) मापा गया।

3. **\*\*एथर का प्रभाव\*\*** :

- यदि पृथ्वी एथर के माध्यम में गति कर रही होती, तो पृथ्वी की गति के कारण प्रकाश की गति में भिन्नता होती।
- जब पृथ्वी अपनी कक्षा में चल रही होती, तो मिचेल्सन और मोरले को यह उम्मीद थी कि इंटरफेरेंस पैटर्न में कोई परिवर्तन होना चाहिए क्योंकि पृथ्वी की गति के कारण प्रकाश की गति बदल सकती थी।

- उन्हें यह भी उम्मीद थी कि जब वे विभिन्न दिशाओं में प्रयोग करेंगे (जैसे, पृथ्वी की गति के खिलाफ और साथ), तो प्रकाश की गति में भिन्नता दिखेगी।

#### 4. \*\*परिणाम\*\* :

मिचेल्सन और मोरले ने यह प्रयोग कई बार विभिन्न कोणों पर किया, लेकिन \*\*कोई अंतर\*\* नहीं पाया। वे यह उम्मीद कर रहे थे कि प्रकाश की गति में पृथ्वी की गति के कारण अंतर आना चाहिए था, लेकिन जो परिणाम मिला, वह यह था कि \*\*प्रकाश की गति हर दिशा में समान थी\*\* , चाहे पृथ्वी किस दिशा में क्यों न चल रही हो। इसका मतलब यह था कि एथर के प्रभाव का कोई सबूत नहीं मिला।

#### निष्कर्ष

मिचेल्सन-मोरले प्रयोग के परिणाम ने यह सिद्ध कर दिया कि:

- एथर का कोई अस्तित्व नहीं था।\*\*
- प्रकाश की गति सार्वभौमिक और स्थिर है।

इस प्रयोग ने वैज्ञानिकों को यह सोचने पर मजबूर किया कि प्रकाश की गति हमेशा एक समान रहती है, और यह पृथ्वी की गति से प्रभावित नहीं होती। यह परिणाम विशेष आपेक्षिकता के सिद्धांत की पुष्टि करने के लिए महत्वपूर्ण साबित हुआ, जिसे अल्बर्ट आइंस्टीनने 1905 में प्रस्तुत किया।

#### प्रयोग का महत्व\*\* :

1. मिचेल्सन-मोरले का प्रयोग वह महत्वपूर्ण कदम था जिसने \*\*विशेष आपेक्षिकता\*\* के सिद्धांत को जन्म दिया।
2. इस प्रयोग ने वैज्ञानिक समुदाय को यह समझने में मदद की कि अंतरिक्ष में कोई स्थिर एथर नहीं होता, और प्रकाश की गति \*\*सभी संदर्भ फ्रेमों में समान\*\* होती है।
3. इसके परिणाम ने विशेष आपेक्षिकता के सिद्धांत की पुष्टि की, जिसके अनुसार गति की किसी भी स्थिर संदर्भ फ्रेम में प्रकाश की गति समान होती है, और समय तथा स्थान एक दूसरे से जुड़े होते हैं।

#### फ्वाइजुले सूत्र का निगमन कीजिए तथा इसकी सीमाएं लिखिए-

**मिचेल्सन-मोरले प्रयोग (Michelson-Morley Experiment)** 1887 में अल्बर्ट माइकल्सन (Albert Michelson) और एडवर्ड मोरले (Edward Morley) द्वारा किया गया था, जिसका उद्देश्य एथर नामक काल्पनिक माध्यम का अस्तित्व सिद्ध करना था। इस प्रयोग का मुख्य उद्देश्य यह जांचना था कि क्या पृथ्वी के चलने से किसी प्रकार का गति माध्यम (जिसे "लाइट एथर" कहा जाता था) उत्पन्न होता है, या नहीं।

इस प्रयोग के परिणाम ने वैज्ञानिक समुदाय को बहुत प्रभावित किया और विशेष आपेक्षिकता का सिद्धांत की नींव रखी। मिचेल्सन-मोरले का प्रयोग उस समय सबसे महत्वपूर्ण प्रयोगों में से एक था, क्योंकि इससे यह सिद्ध हुआ कि प्रकाश की गति सब संदर्भ फ्रेमों में समान होती है और एथर का कोई अस्तित्व नहीं है।

वेक्टर समाकलन से आप क्या समझते हैं रेखीय समाकलन , पुष्टिय समाकलन तथा आयतन समाकलन का अर्थ समझाइए-

वेक्टर समाकलन (Vector Integration) से तात्पर्य है ऐसे समाकलन (Integration) की प्रक्रिया, जो वेक्टरों के संदर्भ में की जाती है। इसमें विभिन्न प्रकार के समाकलन होते हैं जो विभिन्न प्रकार के वेक्टरों और उनकी भूमिकाओं के अनुसार होते हैं। तीन प्रमुख प्रकार के वेक्टर समाकलन हैं:

#### 1. रेखीय समाकलन (Line Integral):

- रेखीय समाकलन उस प्रक्रिया को कहते हैं जिसमें एक वेक्टर फ़ील्ड (Vector Field) को एक रेखा या पथ के साथ समाकलित किया जाता है। इसे आमतौर पर इस प्रकार व्यक्त किया जाता है:  $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$
- यहाँ  $\mathbf{F}$  वेक्टर फ़ील्ड है,  $C$  पथ (path) है और  $d\mathbf{r}$  रेखा पर एक छोटे परिवर्तन का प्रतिनिधित्व करता है।
- इसका उपयोग उन स्थितियों में होता है जब किसी कार्य या ऊर्जा को पथ के साथ समाकलित करना हो, जैसे कनेक्टेड घटकों के बीच बल या कार्य की गणना।

#### पुष्टिय समाकलन (Surface Integral):

- 4. पुष्टिय समाकलन का उपयोग वेक्टर फ़ील्ड को एक सतह के ऊपर समाकलित करने के लिए किया जाता है। इसे इस प्रकार व्यक्त किया जाता है:

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$$

- यहाँ  $\mathbf{F}$  वेक्टर फ़ील्ड है और  $d\mathbf{S}$  सतह पर एक छोटे क्षेत्र का प्रतिनिधित्व करता है।
- इस प्रकार का समाकलन तब होता है जब किसी वेक्टर फ़ील्ड के प्रभाव को किसी सतह के माध्यम से या उस पर फैलाया जाता है, जैसे विद्युत प्रवाह या चुंबकीय क्षेत्र का वितरण।

#### आयतन समाकलन (Volume Integral):

- आयतन समाकलन का उपयोग एक वेक्टर फ़ील्ड को एक ठोस आयतन के भीतर समाकलित करने के लिए किया जाता है। इसे इस प्रकार व्यक्त किया जाता है:  $\iiint_V \mathbf{F} \cdot d\mathbf{V}$
- जहाँ  $\mathbf{F}$  वेक्टर फ़ील्ड है और  $d\mathbf{V}$  आयतन के भीतर एक छोटे परिवर्तन का प्रतिनिधित्व करता है।
- इस प्रकार का समाकलन तब किया जाता है जब किसी वेक्टर फ़ील्ड के प्रभाव को पूरे ठोस आयतन में वितरित किया जाता है, जैसे किसी ठोस पदार्थ के भीतर चुंबकीय या विद्युत क्षेत्र का विश्लेषण करना।

सापेक्ष की वेगन पर लंबाई के संकुचन से आप क्या तात्पर्य है अवश्य सूत्र निगमित कीजिए-

सापेक्षता (Relativity) के सिद्धांत में लंबाई का संकुचन (Length Contraction) उस घटना को कहा जाता है जब कोई वस्तु एक सापेक्ष गति से अन्य वस्तु के सापेक्ष गति करती है, तो उस वस्तु की लंबाई उस गति के दिशा में संकुचित हो जाती है। यह संकुचन विशेष सापेक्षता के सिद्धांत से जुड़ा हुआ है और इसका अनुभव तभी होता है जब वस्तु की गति प्रकाश की गति के काफी करीब हो।

#### लंबाई का संकुचन (Length Contraction) सिद्धांत

विशेष सापेक्षता के अनुसार, यदि किसी वस्तु की लंबाई  $L_0$  है जब वह आराम की अवस्था में होती है (यानी, जब उसकी गति शून्य होती है), और यदि वह वस्तु किसी दूसरे पर्यवेक्षक के सापेक्ष गति कर रही हो, तो वह वस्तु उस गति के दिशा में संकुचित हो जाती है। इसका सूत्र इस प्रकार होता है:

#### सापेक्षता सिद्धांत में वेग और लंबाई के संकुचन का महत्व

यह सिद्धांत दर्शाता है कि एक पर्यवेक्षक के लिए गति करने वाली वस्तु की लंबाई उस वस्तु की गति और पर्यवेक्षक की स्थिति पर निर्भर करती है। जब गति  $v$   $c$  के करीब होती है, तो वस्तु का आकार उस गति के दिशा में संकुचित हो जाता है।

ग्रहों की गति संबंधी कपलर के नियम लिखिए तथा इन्हें निगमित कीजिए-

कपलर के नियम (Kepler's Laws of Planetary Motion) ग्रहों की गति से संबंधित तीन महत्वपूर्ण नियम हैं, जो जर्मन गणितज्ञ और खगोलज्ञ योहानस कपलर (Johannes Kepler) ने 17वीं शताब्दी में प्रस्तुत किए। ये नियम ग्रहों के सूर्य के चारों ओर चक्कर लगाने की गति और उनके आंदोलनों को स्पष्ट करते हैं। कपलर के नियमों को ग्रहों की गति को समझने में बहुत बड़ी मदद मिलती है और यह न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण के नियमों का आधार बने।

### 1. कपलर का पहला नियम (The First Law of Kepler):

ग्रहों का कक्ष वृत्ताकार नहीं, बल्कि अंडाकार (elliptical) होते हैं।

- यह नियम कहता है कि प्रत्येक ग्रह का सूर्य के चारों ओर कक्ष अंडाकार (elliptical) होता है, जिसमें सूर्य कक्षा के एक focus (केंद्र) पर स्थित होता है।
- अर्थात्, सूर्य कक्षा के दोनों फोकसों में से केवल एक फोकस पर स्थित होता है, दूसरा फोकस खाली होता है।

### 2. कपलर का दूसरा नियम (The Second Law of Kepler):

ग्रहों द्वारा सूर्य तक की रेखा समान समय अंतराल में समान क्षेत्रफल (Equal Areas) स्कैन करती है।

- यह नियम कहता है कि ग्रह और सूर्य के बीच की रेखा (radius vector) समान समय अंतराल में समान क्षेत्रफल (area) स्कैन करती है। इसका अर्थ यह है कि ग्रह सूर्य के चारों ओर अपनी कक्षा में गति करते समय यदि कोई छोटी सी अवधि ली जाए तो उस अवधि में ग्रह सूर्य से समान क्षेत्रफल कवर करते हैं।

इसका अर्थ यह भी है कि जब ग्रह सूर्य के पास होते हैं, तो उनकी गति तेज़ होती है और जब वे सूर्य से दूर होते हैं, तो उनकी गति धीमी होती है।

### 3. कपलर का तीसरा नियम (The Third Law of Kepler):

ग्रहों के कक्षीय काल (orbital period) का वर्ग उनके कक्षीय अर्धव्यास (semi-major axis) के घात के अनुपाती होता है।

- यह नियम कहता है कि किसी ग्रह का कक्षीय काल  $T$  और उसका कक्षीय अर्धव्यास  $a$  के बीच एक निर्धारित संबंध होता है:

बरनौली प्रमेय लिखिए तथा सिद्धकीजिए-

